

Introducción a la Econometría

Capítulo 6

Ezequiel Uriel Jiménez
Universidad de Valencia

Valencia, Septiembre de 2013

6 Relajación de los supuestos en el modelo lineal clásico

6.1 Relajación de los supuestos del *MLC*: una panorámica

6.2 Errores de especificación

6.3 Multicolinealidad

6.4 Contraste de normalidad

6.5 Heteroscedasticidad

6.6 Autocorrelación

Ejercicios

Apéndice 6.1

6.2 Errores de especificación

CUADRO 6.1. Resumen del sesgo en $\tilde{\beta}_2$ cuando se omite x_2 en la ecuación estimada.

	$Corr(x_2, x_3) > 0$	$Corr(x_2, x_3) < 0$
$\beta_3 > 0$	Sesgo positivo	Sesgo negativo
$\beta_3 < 0$	Sesgo negativo	Sesgo positivo

6.2 Errores de especificación

EJEMPLO 6.1 Especificación errónea en un modelo de determinación de los salarios (archivo wage06sp)

Modelo inicial $wage = \beta_1 + \beta_2 educ + \beta_3 tenure + u$

$$\widehat{wage}_i = \underset{(1.55)}{4.679} + \underset{(0.146)}{0.681} educ_i + \underset{(0.071)}{0.293} tenure_i$$

$$R_{init}^2 = 0.249 \quad n = 150$$

Modelo aumentado $wage = \beta_1 + \beta_2 educ + \beta_3 tenure + \alpha_1 \widehat{wage}^2 + \alpha_2 \widehat{wage}^3 + u$

$$R_{augm}^2 = 0.289$$

$$F = \frac{(R_{augm}^2 - R_{init}^2) / r}{(1 - R_{augm}^2) / (n - h)} = 4.18$$

6.3 Multicolinealidad

EJEMPLO 6.2 Analizando la multicolinealidad en el caso del absentismo laboral (fichero absent)

CUADRO 6.2. Tolerancia y *FAV*.

	Estadísticos de colinealidad	
	Tolerancia	<i>FAV</i>
edad	0.2346	4
antigüedad	0.2104	5
salario	0.7891	1

6.3 Multicolinealidad

EJEMPLO 6.3 Analizando la multicolinealidad de los factores que determinan el tiempo dedicado al trabajo doméstico (fichero timuse03)

$$houswork = \beta_1 + \beta_2 educ + \beta_3 hhinc + \beta_4 age + \beta_5 paidwork + u$$

$$K = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}} = \sqrt{\frac{542.14}{7.06E-06}} = 8782$$

CUADRO 6.3. Raíces características y proporciones de descomposición de la varianza.

Raíces características	7.03E-06	0.000498	0.025701	1.861396	542.1400
------------------------	----------	----------	----------	----------	----------

Proporciones de descomposición de la varianza

Variable	Associated Eigenvalue				
	1	2	3	4	5
C	0.999995	4.72E-06	8.36E-09	1.23E-13	1.90E-15
EDUC	0.295742	0.704216	4.22E-05	2.32E-09	3.72E-11
HHINC	0.064857	0.385022	0.209016	0.100193	0.240913
AGE	0.651909	0.084285	0.263805	5.85E-07	1.86E-08
PAIDWORK	0.015405	0.031823	0.007178	0.945516	7.80E-05

6 Relajación de los supuestos en el modelo lineal clásico

6.4 Contraste de normalidad

EJEMPLO 6.4 ¿Es aceptable la hipótesis de normalidad en el modelo para analizar la eficiencia de la Bolsa de Madrid? (fichero bolmadef)

$$n=247$$

CUADRO 6.4. Contraste normalidad en el modelo de la Bolsa de Madrid.

<i>coeficiente de asimetría</i>	<i>coeficiente de curtosis</i>	<i>Estadístico Bera y Jarque</i>
-0.0421	4.4268	21.0232

6.5 Heteroscedasticidad

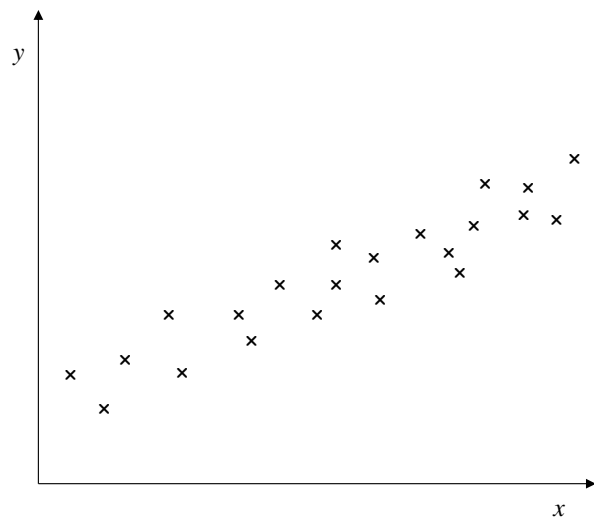


FIGURA 6.1. Diagrama de dispersión correspondiente a un modelo con perturbaciones homoscedásticas.

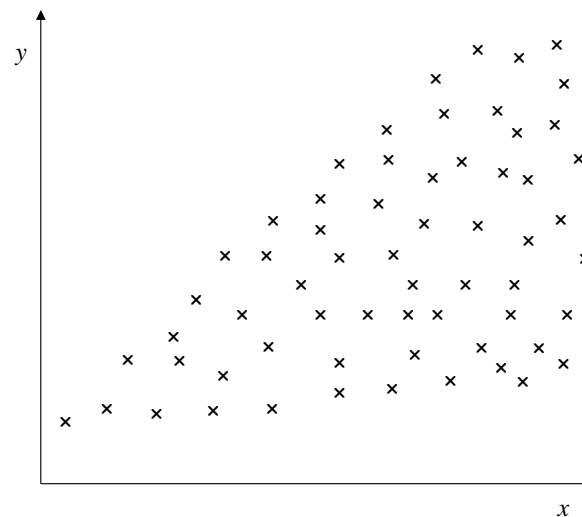


FIGURA 6.2. Diagrama de dispersión correspondiente a un modelo con perturbaciones heteroscedásticas.

6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.5 Aplicación del contraste de Breusch-Pagan-Godfrey

CUADRO 6.5. Datos de *hostel* y *renta*.

<i>i</i>	<i>hostel</i>	<i>renta</i>
1	17	500
2	24	700
3	7	250
4	17	430
5	31	810
6	3	200
7	8	300
8	42	760
9	30	650
10	9	320

Paso 1. Se aplican MCO al modelo: $hostel = \beta_1 + \beta_2 renta + u$

y, utilizando los datos del cuadro 6.5, se obtiene el siguiente modelo estimado:

$$\widehat{hostel}_i = -7.427 + 0.0533 renta_i$$

(3.48) (0.0065)

Los residuos correspondientes a este modelo ajustado aparecen en el cuadro 6.6

6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.5 Aplicación del contraste de Breusch-Pagan-Godfrey (Cont.)

CUADRO 6.6. Residuos de la regresión de *hostel* sobre renta.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\hat{u}_i	-2.226	-5.888	1.1	1.505	-4.751	-0.234	-0.565	8.913	2.777	-0.631

Paso 2. La regresión auxiliar a estimar será la siguiente:

$$\hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 \text{renta}_i + \eta_i$$
$$\hat{u}_i^2 = -23.93 + 0.0799 \text{renta} \quad R^2 = 0.5045$$

Paso 3. El estadístico *BPG* es:

$$BPG = nR_{ar}^2 = 10(0.56) = 5.05$$

Paso 4. Dado que $\chi_2^{2(0.05)} = 3.84$, se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad para un nivel del 5%, ya que $BPG > 3.84$, pero no para el nivel de significación del 1%.

6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.6 Aplicación del contraste de White (datos cuadro 6.5)

Paso 1. Este paso es igual que en el contraste de Breusch-Pagan-Godfrey.

Paso 2. Los regresores de la regresión auxiliar son:

$$\psi_{1i} = 1 \quad \forall i$$

$$\psi_{2i} = 1 \times \text{renta}_i$$

$$\psi_{3i} = \text{renta}_i^2$$

$$\hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 \text{renta}_i + \alpha_3 \text{renta}_i^2 + \eta_i$$

$$\hat{u}_i^2 = 14.29 - 0.10 \text{renta}_i + 0.00018 \text{renta}_i^2 \quad R^2 = 0.56$$

Paso 3. El estadístico W es:

$$W = nR^2 = 10(0.56) = 5.60$$

Paso 4. Dado que $\chi_2^{2(0.10)} = 4.61$, se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad para un nivel del 10% ya que $W = nR^2 > 4.61$, pero no para niveles de significación del 5% y del 1%.

6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.7 Contrastes de heteroscedasticidad en la determinación del valor de las acciones de los bancos españoles (fichero bolmad95)

Heteroscedasticidad en el modelo lineal

$$marktval = \beta_1 + \beta_2 bookval + u$$

$$\widehat{marktval} = 29.42 + 1.219 bookval$$

(30.85) (0.127)

$$n = 20$$

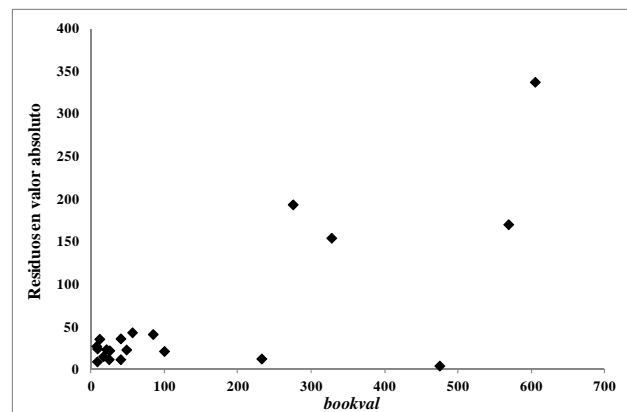


GRÁFICO 6.1. Diagrama de dispersión entre los residuos en valor absoluto y la variable *bookval* en el modelo lineal.

$$BPG = nR_{ra}^2 = 20 \times 0.5220 = 10.44$$

Como $\chi_1^{2(0.01)} = 6.64 < 10.44$, se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad para un nivel de significación del 1%, y, en consecuencia para $\alpha = 0.05$ y para $\alpha = 0.10$.

$$W = nR_{ra}^2 = 20 \times 0.6017 = 12.03$$

Como $\chi_2^{2(0.01)} = 9.21 < 12.03$, se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad para un nivel de significación del 1%.

6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.7 Contrastes de heteroscedasticidad en la determinación del valor de las acciones de los bancos españoles (Cont.)

Heteroscedasticidad en el modelo doblemente logarítmico

$$\widehat{\ln(\text{marktval})} = 0.676 + 0.9384 \ln(\text{bookval})$$

(0.265) (0.062)

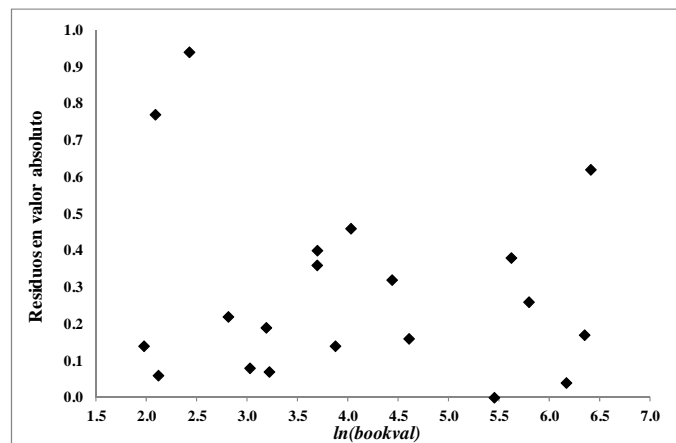


GRÁFICO 6.2. Diagrama de dispersión entre los residuos en valor absoluto y la variable $\ln(\text{bookval})$ en el modelo doblemente logarítmico

CUADRO 6. 7. Contrastes de heteroscedasticidad en el modelo doblemente logarítmico para explicar el valor de mercado de los bancos españoles.

<i>Contraste</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valores tablas</i>
Breusch-Pagan	$BP = nR_{ra}^2 = 1.05$	$\chi_2^{2(0.10)} = 4.61$
White	$W = nR_{ra}^2 = 2.64$	$\chi_2^{2(0.10)} = 4.61$

6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.8 ¿Existe heteroscedasticidad en la demanda de servicios de hostelería?
(fichero hostel)

$$\ln(\text{hostel}) = \beta_1 + \beta_2 \ln(\text{inc}) + \beta_3 \text{secstud} + \beta_4 \text{terstud} + \beta_5 \text{hhsiz} + u$$

$$\widehat{\ln(\text{hostel})}_i = -16.37 + 2.732 \ln(\text{inc})_i + 1.398 \text{secstud}_i + 2.972 \text{terstud}_i - 0.444 \text{hhsiz}_i$$

(2.26)
(0.324)
(0.258)
(0.333)
(0.088)

$$R^2 = 0.921 \quad n = 40$$

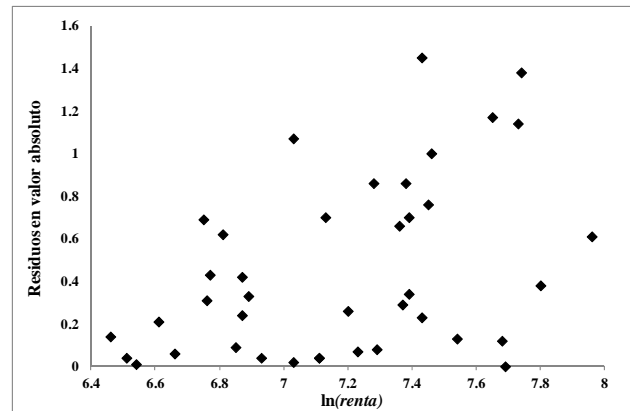


GRÁFICO 6.3. Diagrama de dispersión entre los residuos en valor absoluto y la variable $\ln(\text{inc})$ en la estimación del modelo de hostelería.

CUADRO 6. 8. Contrastes de heteroscedasticidad en el modelo de demanda de servicios de hostelería.

<i>Contraste</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valores tablas</i>
Breusch-Pagan-Godfrey	$BPG = nR_{ra}^2 = 7.83$	$\chi_2^{2(0.05)} = 5.99$
White	$W = nR_{ra}^2 = 12.24$	$\chi_2^{2(0.01)} = 9.21$

6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.9 Errores estándar consistentes en la determinación del valor de las acciones de los bancos españoles (Continuación ejemplo 6.7) (fichero bolmad95)

No consistente

$$\widehat{marktval} = 29.42 + 1.219 \text{bookval}$$

(30.85) (0.127)

$$\widehat{\ln(\text{marktval})} = 0.676 + 0.9384 \ln(\text{bookval})$$

(0.265) (0.062)

Procedimiento White

$$\widehat{marktval} = 29.42 + 1.219 \text{bookval}$$

(18.67) (0.249)

$$\widehat{\ln(\text{marktval})} = 0.676 + 0.9384 \ln(\text{bookval})$$

(0.3218) (0.0698)

6.5 Heteroscedasticidad

EJEMPLO 6.10 Aplicación de mínimos cuadrados ponderados en la demanda de servicios de hostelería (Continuación 6.8) (fichero hostel)

$$\widehat{u}_i = 0.0239 + 0.0003 inc \quad R^2 = 0.1638$$

(0.143) (2.73)

$$\widehat{u}_i = -0.4198 + 0.0235\sqrt{inc} \quad R^2 = 0.1733$$

(-1.34) (2.82)

$$\widehat{u}_i = 0.8857 - 532.1 \frac{1}{inc} \quad R^2 = 0.1780$$

(5.39) (-2.87)

$$\widehat{u}_i = -2.7033 + 0.4389 \ln(inc) \quad R^2 = 0.1788$$

(-2.46) (2.88)

Estimación WLS

$$\widehat{\ln(hostel)}_i = -16.21 + 2.709 \ln(inc)_i + 1.401 secstud_i + 2.982 terstud_i - 0.445 hhsiz_e_i$$

(2.15) (0.309) (0.247) (0.326) (0.085)

$$R^2 = 0.914 \quad n = 40$$

6.6 Autocorrelación

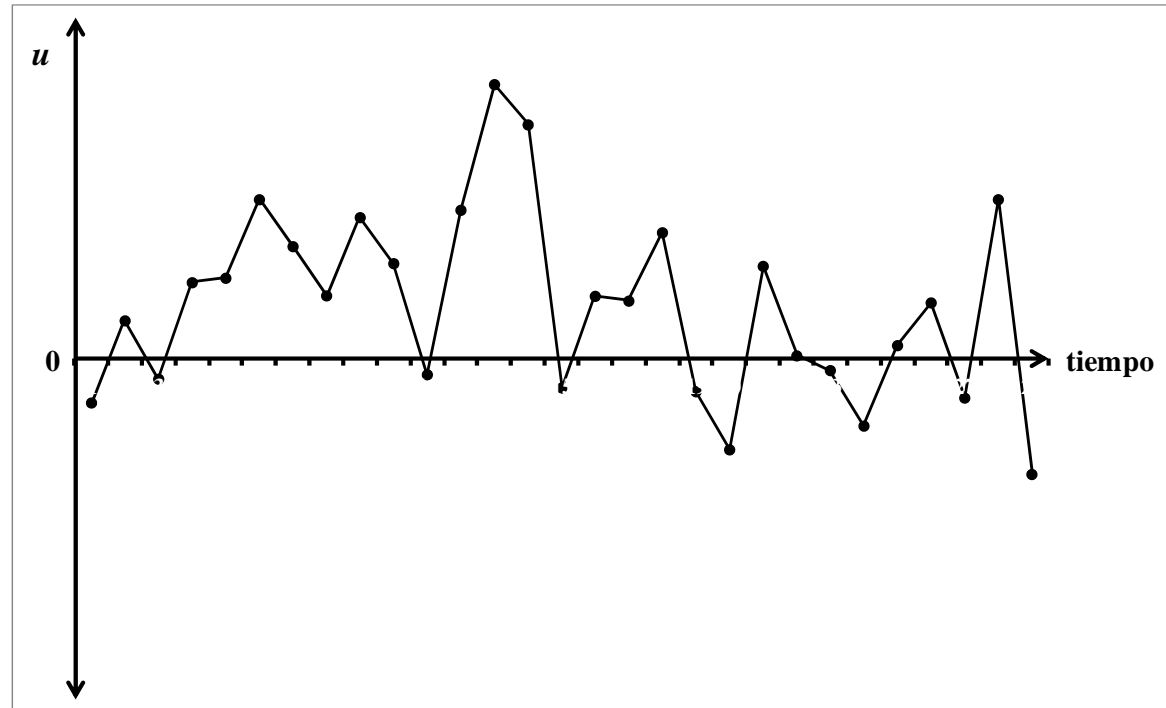


FIGURA 6.3. Gráfico de perturbaciones no autocorrelacionadas.

6.6 Autocorrelación

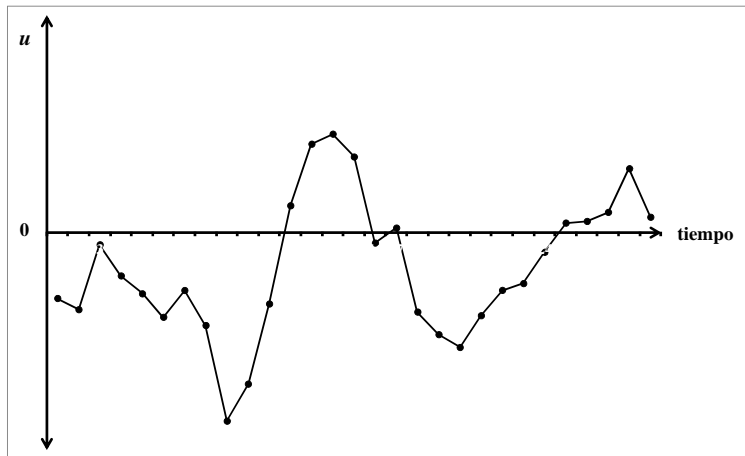


FIGURA 6.4. Gráfico de perturbaciones autocorrelacionadas positivamente.

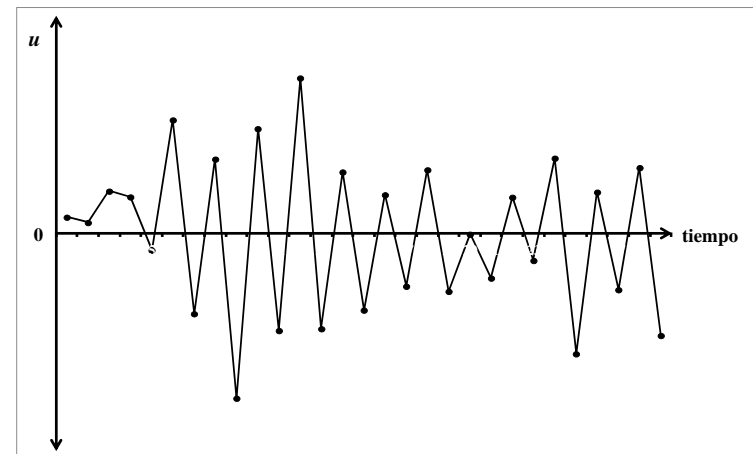


FIGURA 6.5. Gráfico de perturbaciones autocorrelacionadas negativamente.

6.6 Autocorrelación

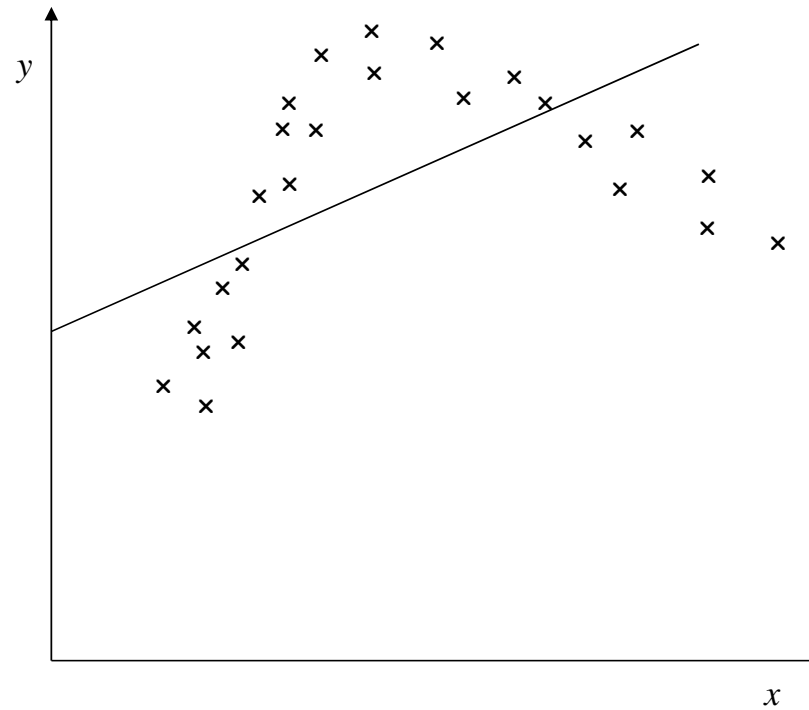


FIGURA 6.6. Perturbaciones autocorrelacionadas debidas a un sesgo de especificación.

6.6 Autocorrelación

EJEMPLO 6.11 Autocorrelación en el modelo para determinar la eficiencia de la Bolsa de Madrid (fichero bolmadef)

$$d_L=1.664; \quad d_U=1.684$$

Puesto que $DW=2.04 > d_U$, se acepta la hipótesis nula de que las perturbaciones no están autocorrelacionadas, para un nivel de significación del 1%.

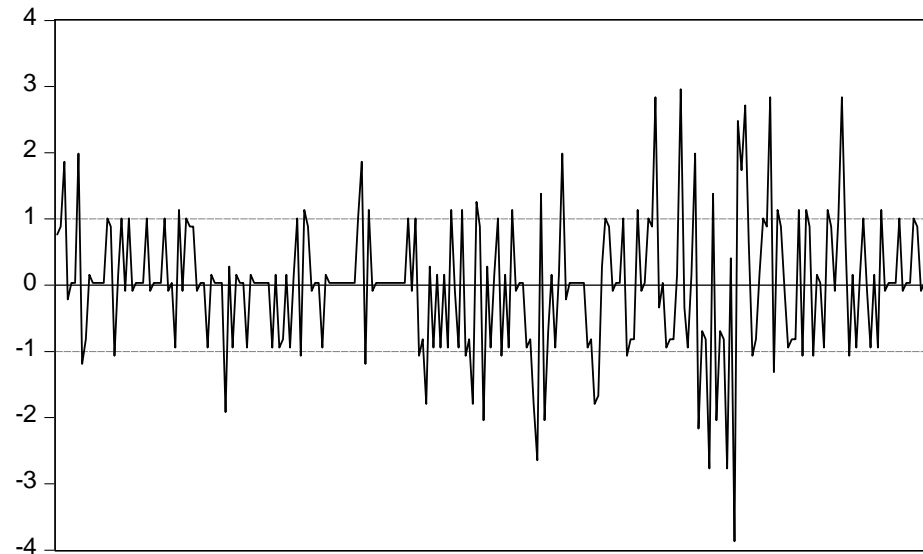


GRÁFICO 6.4. Residuos estandarizados en la estimación del modelo para determinar la eficiencia de la Bolsa de Madrid

6.6 Autocorrelación

EJEMPLO 6.12 Autocorrelación en el modelo sobre la demanda de pescado (fichero fishdem)

Para $n=28$ y $k'=3$, y para un nivel de significación del 1%:

$$d_L=0.969; \quad d_U=1.415$$

Dado que $d_L < 1.202 < d_U$, no hay evidencias suficientes ni para aceptar la hipótesis nula, ni para rechazarla.



GRÁFICO 6.5. Residuos estandarizados en la estimación del modelo de demanda de pescado

6.6 Autocorrelación

EJEMPLO 6.13 Autocorrelación en el caso de Lydia E. Pinkham
(fichero pinkham)

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{1 - n\widehat{\text{var}}(\hat{\beta}_j)}} = \left[1 - \frac{d}{2}\right] \sqrt{\frac{n}{1 - n\widehat{\text{var}}(\hat{\beta}_j)}} = \left[1 - \frac{1.2012}{2}\right] \sqrt{\frac{53}{1 - 53 \times 0.0814^2}} = 3.61$$

Dado este valor de h , se rechaza la hipótesis nula de no autocorrelación, ya que la hipótesis nula se rechaza para $\alpha = 0.01$ e, incluso, para $\alpha = 0.001$, de acuerdo a la tabla de la normal.

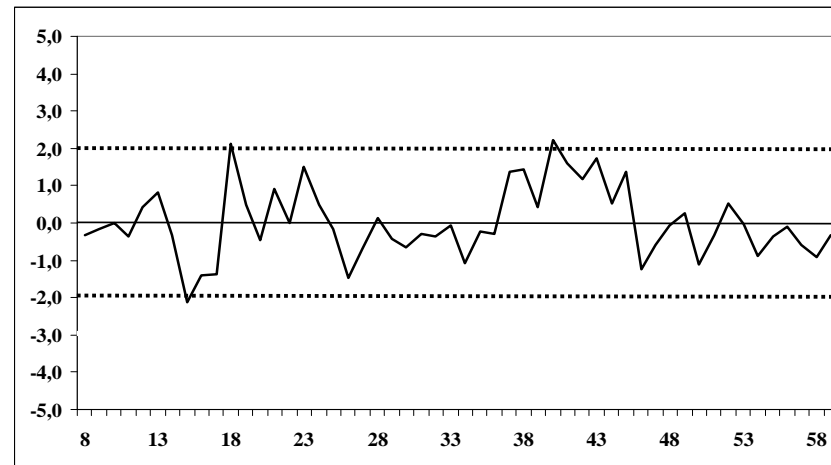


GRÁFICO 6.6. Residuos estandarizados en la estimación del modelo del caso Lydia E. Pinkham

6.6 Autocorrelación

EJEMPLO 6.14 Autocorrelación en un modelo para explicar los gastos de los residentes en el extranjero (archivo qnatacsp)

$$\widehat{\ln(\text{turimp}_t)} = -17.31 + 2.0155 \ln(\text{gdp}_t)$$

(3.43) (0.276)

$$R^2 = 0.531 \quad DW = 2.055 \quad n = 49$$

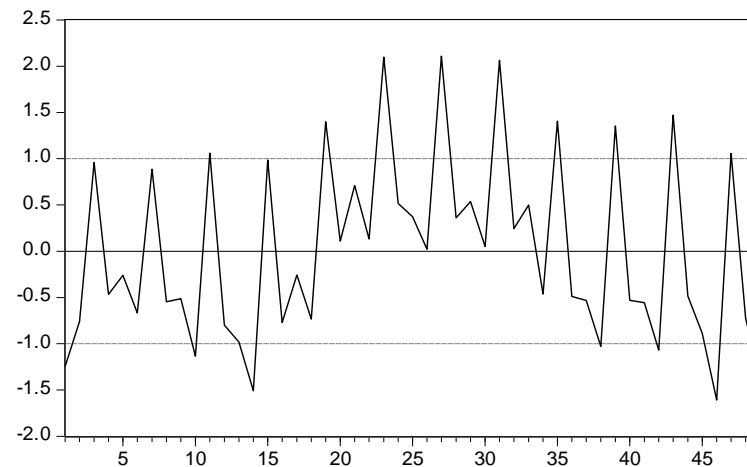


GRÁFICO 6.7. Residuos estandarizados en el modelo para explicar los gastos de los residentes en el extranjero.

Para un esquema $AR(4)$, es igual a $nR_{ar}^2 = 36.35$. Dado este valor de BG , se rechaza la hipótesis de no autocorrelación para $\alpha = 0.01$, ya que $\chi_5^{2(\alpha)} = 15.09$.

6.6.4 Errores estándar HAC

EJEMPLO 6.15 Errores estándar *HAC* en el caso de Lydia E. Pinkham
(Continuación del ejemplo 6.13) (fichero pinkham)

CUADRO 6.9. Estadísticos *t*, convencional y *HAC*, en el caso de Lydia E. Pinkham.

regresor	<i>t</i> convencional	<i>t</i> HAC	ratio
<i>intercept</i>	2.644007	1.779151	1.49
<i>advexp</i>	3.928965	5.723763	0.69
<i>sales</i> (-1)	7.45915	6.9457	1.07
<i>d</i> 1	-1.499025	-1.502571	1
<i>d</i> 2	3.225871	2.274312	1.42
<i>d</i> 3	-3.019932	-2.658912	1.14